

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ЗАХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Директор навчально-наукового інституту інноватики, інформатизації та інфраструктури

Василь БРИЧ  
 " 31 " 12 2023 р.



**ЗАТВЕРДЖУЮ**

В.о. проректора з науково-педагогічної роботи

Віктор ОСТРОВЕРХОВ  
 " 31 " 12 2023 р.



Директор навчально-наукового інституту інформатизації та технологій

Мягослав ПИТЕЛЬ  
 " 31 " 12 2023 р.



## РОБОЧА ПРОГРАМА

з дисципліни «Вища математика»

ступінь вищої освіти - бакалавр

галузь знань – 10 Природничі науки

спеціальність – 101 Екологія

освітньо-професійна програма – Екологічна безпека та охорона навколишнього середовища

**кафедра прикладної математики**

Форма навчання	Курс	Семестр	Лекції (год.)	Практичні (год.)	ІРС, год.	Тренінг, КПЗ год.	СРС, год.	Разом, год.	Залік (семестр)	Екзамен (семестр)
Денна	1	1, 2	60	60	7	16	67	210	1	2
Заочна	1	1, 2	16	8	—	—	186	210	2	2

*31.12.2023*

Тернопіль - ЗУНУ

2023

Робочу програму складено на основі освітньо-професійної програми підготовки бакалавра галузі знань 10 Природничі науки, спеціальності 101 Екологія, затвердженої Вченою Радою ЗУНУ (протокол №10 від 23.06.2023 року).

Робочу програму склали

доцент кафедри прикладної математики, канд. техн. наук, Іван НОВОСАД,

доцент кафедри прикладної математики, канд. ф.-мат. наук, Андрій АЛІШУЙКО

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри прикладної математики, протокол № 1 від 28 серпня 2023 р.

Завідувач кафедри



Олеся МАРТИНЮК

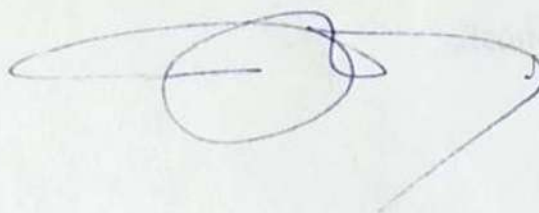
Розглянуто та схвалено групою забезпечення спеціальності 101 Екологія, протокол № 1 від 30.08.2023р.

Керівник групи  
забезпечення спеціальності



Леонід БИЦЮРА

Гарант ОПП



Леонід БИЦЮРА

# СТРУКТУРА РОБОЧОЇ ПРОГРАМИ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

## «Вища математика»

### 1. Опис дисципліни «Вища математика»

Дисципліна «Вища математика»	Галузь знань, спеціальність, освітньо-професійна програма, ступінь вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів ECTS – 7	Галузь знань – 10 Природничі науки	Статус дисципліни блок обов'язкових дисциплін, цикл загальної підготовки Мова навчання українська
Кількість залікових модулів – 7	Спеціальність – 101 Екологія	Рік підготовки: <i>денна</i> – перший <i>заочна</i> – перший Семестр: <i>денна</i> – перший, другий <i>заочна</i> – перший, другий
Кількість змістових модулів – 5	Освітньо-професійна програма Екологічна безпека та охорона навколишнього середовища	Лекції: <i>денна</i> – 60 год <i>заочна</i> – 16 год Практичні заняття: <i>денна</i> – 60 год, <i>заочна</i> – 8 год
Загальна кількість годин – 210	Ступінь вищої освіти – бакалавр	Самостійна робота: <i>денна</i> – 67 год <i>заочна</i> – 186 год Тренінг, КПЗ <i>денна</i> – 16 год Індивідуальна робота <i>денна</i> – 7 год
Тижневих годин: I семестр – 7 год, з них 4 год аудиторних (лекції – 2 год, практичні заняття – 2 год), II семестр – 7 год, з них 4 год аудиторних (лекції – 2 год, практичні заняття – 2 год)		Вид підсумкового контролю: I семестр – залік II семестр – екзамен

### 2. Мета і завдання вивчення дисципліни «Вища математика»

#### 2.1. Мета вивчення дисципліни

Метою дисципліни «Вища математика» є ознайомлення з основами математичного апарату інформаційної діяльності, необхідного для застосування в професійній сфері діяльності.

Програма та тематичний план направлені на глибоке та ґрунтовне вивчення основ вищої математики, розвиток логічного мислення студентів. Ця дисципліна відноситься до загальноосвітніх фундаментальних дисциплін, які формують світогляд майбутніх спеціалістів.

Оволодіння курсом повинно виробити у студентів навички практичного використання математичних методів, формул та таблиць в процесі розв'язання прикладних задач.

Вивчення дисципліни передбачає наявність систематичних знань, цілеспрямованої роботи над вивченням інформаційної літератури, активної роботи на лекціях і практичних заняттях, самостійної роботи та виконання індивідуальних завдань.

#### 2.2. Завдання вивчення дисципліни

Формування у студентів системи теоретичних знань, необхідних для розв'язування теоретичних і практичних задач обробки інформаційних потоків, виробити навички математичного дослідження прикладних задач в екологічній справі та охорони навколишнього

середовища.

Головним завданням дисципліни «Вища математика» є вивчення загальних закономірностей та зв'язку між різними величинами і їх застосування в різного роду прикладних дослідженнях.

Проведення лекцій полягає в тому, щоб ознайомити студентів з основними питаннями курсу «Вища математика». При цьому основна увага звертається на необхідність використання теорії в подальшій практичній фаховій діяльності.

Завдання проведення лекцій полягають у викладенні студентам, у відповідності з програмою та робочим планом ключових понять, методів і засобів вищої математики. Сформувати у студентів цілісну систему теоретичних знань з дисципліни «Вища математика».

Основним завданням проведення практичних занять є глибоке засвоєння та закріплення теоретичних знань, отриманих на лекціях. Проведення практичних занять передбачає вироблення у студентів навиків математичних прикладних питань: переклад реальної задачі на адекватну математичну мову, вибір оптимального методу дослідження, інтерпретація результату дослідження та оцінка його точності; формувати навички доведення розв'язання задачі до кінцевого результату – числа, графіка, точного якісного висновку і т.д., застосовуючи при цьому обчислювальні засоби, таблиці, довідники; формувати вміння самостійно розбиратися у математичному апараті, який застосовується у літературі зі спеціальності; розвивати аналітичне мислення, виховувати у студентів прикладну математичну культуру, необхідну інтуїцію та ерудицію у питаннях застосування математики; вміння використовувати отримані знання в подальшому для фахових досліджень.

### **2.3. Найменування та опис компетентностей, формування котрих забезпечує вивчення дисципліни:**

- Здатність проведення досліджень на відповідному рівні
- Розуміння основних теоретичних положень, концепцій та принципів математичних та соціально-економічних наук.

### **2.4. Передумови для вивчення дисципліни**

Базові знання та вміння із: алгебри та початків аналізу; геометрії; інформатики.

### **2.5. Програмні результати навчання**

- Демонструвати навички оцінювання непередбачуваних екологічних проблем і обдуманого вибору шляхів їх вирішення.
- Уміти обрати оптимальні методи та інструментальні засоби для проведення досліджень, збору та обробки даних.

# 1. Програма навчальної дисципліни «Вища математика»

## I - семестр

### *Змістовий модуль 1. Елементи лінійної і векторної алгебри та аналітичної геометрії*

#### **Тема 1. Елементи теорії визначників**

Вступ. Структура курсу вищої математики. Методичні вказівки до вивчення курсу вищої математики. Обчислення визначників II та III порядку та їх властивості. Поняття про мінори та алгебраїчні доповнення. Розклад визначника за елементами його стрічки (стовпчика). Поняття про визначники вищих порядків та їх обчислення.

#### **Тема 2. Матриці і задачі оптимального планування**

Визначення матриці, їх види. Дії над матрицями. Обернена матриця та її знаходження. Поняття про ранг матриці та його обчислення. Економічні задачі з використанням теорії матриць.

#### **Тема 3. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь**

Системи лінійних рівнянь та їх розв'язки. Правило Крамера. Метод Гаусса та Жордана-Гаусса. Матричний спосіб розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Дослідження систем лінійних алгебраїчних рівнянь на сумісність. Теорема Кронекера-Капеллі. Однорідні системи лінійних рівнянь. Матрична модель Леонтьєва міжгалузевого балансу. Задача знаходження витрат сировини, палива та трудових ресурсів. Модель рівноважних цін.

#### **Тема 4. Методи та моделі векторної алгебри**

Види систем координат на площині і в просторі. Віддаль між двома точками. Поділ відрізка в заданому відношенні. Поняття вектора. Проекція вектора на вісь та її властивості. Розклад вектора на компоненти. Дії над векторами, заданими в координатній формі. Скалярний добуток векторів та його властивості. Кут між двома векторами. Умови паралельності і перпендикулярності векторів. Лінійна залежність і незалежність векторів. Простір товарів та вектор цін. Лінійна модель міжнародної торгівлі.

#### **Тема 5. Методи й моделі аналітичної геометрії**

Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Рівняння в'язки прямих. Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки. Кут між двома прямими. Умови паралельності і перпендикулярності прямих. Загальне рівняння прямої та її дослідження. Рівняння площини, що проходить через задану точку, перпендикулярно до вектора. Загальне рівняння площини та його дослідження. Кут між двома площинами, Умови паралельності і перпендикулярності площин. Рівняння прямої в просторі. Модель рівноваги ринку. Модель рівноваги доходів і збитків компаній. Точки рівноваги, області прибутків і збитків. Бюджетні множини й лінії бюджетних обмежень.

#### **Тема 6. Криві другого порядку**

Поняття про канонічні лінії другого порядку. Канонічні рівняння кола, еліпса, гіперболи і параболі. Дослідження форми ліній другого порядку. Модель рівноваги доходів і збитків. Знаходження точки рівноваги та областей прибутків і збитків.

#### **Тема 7. Концептуальні аспекти математичного моделювання економічних процесів**

Принципи та етапи побудови економіко-математичних моделей. Постановка задач лінійного програмування. Побудова математичної моделі задачі про раціональне використання ресурсів. Побудова математичної моделі транспортної задачі. Основна задача лінійного програмування 1 (з обмеженнями рівностями). Основна задача лінійного програмування 2 (з обмеженнями нерівностями). Графічний метод розв'язування задач лінійного програмування.

#### **Тема 8. Симплекс-метод розв'язування задач лінійного програмування**

Канонічна форма задач лінійного програмування. Побудова початкової симплекс-таблиці і правила реалізації симплексного методу. Критерій оптимальності опорного плану симплекс-таблиці.

## **Змістовий модуль 2. Математичний аналіз функції однієї змінної**

### ***Тема 9. Границі та їх застосування в економіці***

Абсолютна величина числа та її властивість. Окіл точки. Поняття функції та її властивості. Класифікація функцій. Поняття границі числової послідовності. Поняття про границі функції в точці. Односторонні границі. Основні теореми про границі числових послідовностей та функцій. Дві визначні границі. Неперервність функції в точці. Класифікація точок розриву. Властивості неперервних функцій на відрізку. Павутинна модель ринку. Задачі про розрахунки ренти та погашення боргу. Використання показникової функції при обчисленні неперервних відсотків.

### ***Тема 10. Граничний аналіз економічних процесів***

Визначення похідної функції в точці. Економічний, геометричний та механічний зміст похідної. Маржинальний аналіз: маржинальні вартості, доходи та прибутки. Правила диференціювання суми, добутку і частки функцій. Похідні елементарних функцій. Таблиця похідних. Похідна складної функції. Похідні вищих порядків. Основні теореми про диференційовані функції. Диференціал функції та його застосування.

### ***Тема 11. Дослідження функції***

Умови зростання і спадання функції. Необхідні та достатні умови екстремуму. Найбільше і найменше значення функцій на відрізку. Випуклість і вгнутість графіка функцій. Необхідна і достатня умова існування точки перегину графіка функції. Повне дослідження функції та побудова графіка.

### ***Тема 12. Застосування методів диференціального числення в економіці.***

Застосування еластичності в економічному аналізі. Застосування похідної при розв'язуванні економічних задач. Оптимізаційні задачі.

## **II – семестр**

## **Змістовий модуль 3. Функції багатьох змінних**

### ***Тема 13. Функція багатьох змінних***

Економічні задачі, які приводять до поняття функцій багатьох змінних. Функція Кобба-Дугласа, рівняння Фішера. Визначення функції двох змінних та її графічне зображення. Поняття про лінії рівня. Границя функції багатьох змінних. Неперервність функції.

### ***Тема 14. Екстремум функції багатьох змінних***

Частинні похідні 1-го та 2-го порядку. Повний диференціал. Градієнт функції. Економічний зміст частинних похідних. Еластичність функції багатьох змінних. Екстремум функції багатьох змінних. Необхідні та достатні умови екстремуму. Умовний екстремум функції багатьох змінних. Застосування частинних похідних в задачах економіки: оптимізація витрат та прибутків виробництва.

### ***Тема 15. Побудова емпіричних формул***

Побудова емпіричних формул методом найменших квадратів. Параболічна та гіперболічна залежність. Застосування методу найменших квадратів при розв'язуванні економічних задач.

### ***Тема 16. Нелінійні оптимізаційні моделі економічних систем***

Знаходження розв'язків задач математичного програмування для лінійної цільової функції і нелінійної системи обмежень. Знаходження розв'язків задач математичного програмування для нелінійної цільової функції і лінійної системи обмежень. Метод Лагранжа для розв'язування нелінійних задач математичного програмування.

## **Змістовий модуль 4. Інтегральне числення**

### ***Тема 17. Невизначений інтеграл***

Первісна функція та її властивість. Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця невизначених інтегралів. Методи інтегрування. Знаходження витрат та прибутків виробництва за їхніми маржинальними значеннями.

### ***Тема 18. Інтегрування раціональних дробів***

Поняття раціонального дробу. Інтегрування найпростіших раціональних дробів. Інтегрування правильних раціональних дробів. Інтегрування неправильних раціональних дробів.

### ***Тема 19. Інтегрування тригонометричних та ірраціональних функцій***

Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування найпростіших ірраціональностей. Тригонометричні підстановки. Поняття про невизначений інтеграл, що не має первісних в елементарних функціях.

### ***Тема 20. Визначений інтеграл та методи його обчислення***

Задача про об'єм виробництва із змінною продуктивністю праці. Задача про площу криволінійної трапеції. Поняття визначеного інтеграла та його властивості. Зв'язок невизначеного і визначеного інтегралів. Формула Ньютона-Лейбніца. Методи обчислення визначених інтегралів. Невласні інтеграли та їх знаходження. Інтеграл Пуассона. Функція Лапласа та її використання в статистичних дослідженнях.

### ***Тема 21. Економічні та геометричні застосування визначених інтегралів***

Обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл обертання. Застосування визначених інтегралів при розв'язуванні економічних задач: а) в динамічних процесах; б) у фінансових задачах. Задачі про витрати, дохід, прибуток. Оцінка ступеня нерівномірності розподілу доходів та прибуткового податку населення.

## **Змістовий модуль 5. Економічна динаміка та її моделювання. Ряди**

### ***Тема 22. Диференціальні рівняння I-го порядку***

Основні поняття про диференціальні рівняння та їх розв'язки. Задачі Коші. Диференціальні рівняння з відокремленими змінними. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку. Однорідні диференціальні рівняння. Економічні задачі, які приводять до диференціальних рівнянь: задача про нагромадження капіталу; задача про рух фондів; задача про рекламу.

### ***Тема 23. Лінійні диференціальні II-го порядку з постійними коефіцієнтами***

Поняття про лінійні однорідні та неоднорідні диференціальні рівняння II-го порядку. Основні теореми про розв'язки диференціальних рівнянь II-го порядку. Задача Коші для диференціальних рівнянь II-го порядку. Поняття про комплексні числа. Розв'язування лінійних однорідних та неоднорідних диференціальних рівнянь II-го порядку з постійними коефіцієнтами. Динамічна модель Кейнса. Модель демографічного процесу.

### ***Тема 24. Числові ряди та їх збіжність***

Поняття числових рядів. Збіжність числових рядів. Ряд геометричної прогресії. Гармонічний ряд. Необхідна та достатні умови збіжності числових рядів. Використання ряду геометричної прогресії в моделі Кейнса. Поняття про знакозмінні ряди. Ознака Лейбніца.

### ***Тема 25. Степеневі ряди***

Поняття про функціональні ряди та їх збіжність. Поняття про степеневий ряд. Теорема Абеля. Почленне диференціювання і інтегрування степеневих рядів. Ряди Маклорена та Тейлора. Розклад елементарних функцій в степеневі ряди. Наближене обчислення значень функцій. Наближене обчислення визначених інтегралів. Приклади застосування степеневих рядів.

**2. Структура залікових кредитів з дисципліни «Вища математика»  
денна форма навчання**

**Структура I залікового кредиту**

Тема	Кількість годин					Контрольні заходи
	Лекції	Практичні заняття	ІРС	Тренінг, КПЗ	СРС	
<b>Змістовий модуль 1. Елементи лінійної і векторної алгебри та аналітичної геометрії</b>						
Тема 1. Елементи теорії визначників	2	2	2	5	1	Поточне опитування
Тема 2. Матриці і задачі оптимального планування	2	2			2	
Тема 3. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь	4	2			3	
Тема 4. Методи та моделі векторної алгебри	2	2			1	
Тема 5. Методи та моделі аналітичної геометрії	2	2			4	
Тема 6. Криві другого порядку	2	2			1	
Тема 7. Концептуальні аспекти математичного моделювання економічних процесів	4	4			7	
Тема 8. Симплекс-метод розв'язування задач лінійного програмування	2	2			1	
<b>Змістовий модуль 2. Математичний аналіз функції однієї змінної</b>						
Тема 9. Границі та їх застосування в економіці	4	4	1	3	7	Поточне опитування
Тема 10. Граничний аналіз економічних процесів	2	2			5	
Тема 11. Дослідження функції	2	2			3	
Тема 12. Застосування методів диференціального числення в економіці	2	4			2	



## Структура II залікового кредиту

Тема	Кількість годин					Контрольні заходи
	Лекції	Практичні заняття	ІРС	Тренінг, КПЗ	СРС	
<b>Змістовий модуль 3. Функції багатьох змінних</b>						
Тема 13. Функція багатьох змінних	2	2	1	2	1	Поточне опитування
Тема 14. Екстремум функції багатьох змінних	2	2			3	
Тема 15. Побудова емпіричних формул	2	2			1	
Тема 16. Нелінійні оптимізаційні моделі економічних систем	2	2			5	
<b>Змістовий модуль 4. Інтегральне числення</b>						
Тема 17. Невизначений інтеграл	2	2	1	3	2	Поточне опитування
Тема 18. Інтегрування раціональних дробів	2	2			1	
Тема 19. Інтегрування тригонометричних та ірраціональних функцій	2	4			2	
Тема 20. Визначений інтеграл та методи його обчислення	2	2			2	
Тема 21. Економічні та геометричні застосування визначених інтегралів	4	2			4	
<b>Змістовий модуль 5. Економічна динаміка та її моделювання. Ряди</b>						
Тема 22. Диференціальні рівняння I-го порядку	4	2	2	3	2	Поточне опитування
Тема 23. Лінійні диференціальні II-го порядку з постійними коефіцієнтами	2	2			1	
Тема 24. Числові ряди та їх збіжність	2	2			2	
Тема 25. Степеневі ряди	2	4			4	
<b>Всього</b>	<b>60</b>	<b>60</b>	<b>7</b>	<b>16</b>	<b>67</b>	

## Заочна форма навчання

Тема	Кількість годин		
	Лекції	Практичні заняття	СРС
<b>Змістовий модуль 1. Елементи лінійної і векторної алгебри та аналітичної геометрії</b>			
Тема 1. Елементи теорії визначників	4	2	3
Тема 2. Матриці і задачі оптимального планування			4
Тема 3. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь			10
Тема 4. Методи та моделі векторної алгебри			2
Тема 5. Методи та моделі аналітичної геометрії			11
Тема 6. Криві другого порядку			3
Тема 7. Концептуальні аспекти математичного моделювання економічних процесів			17
Тема 8. Симплекс-метод розв'язування задач лінійного програмування			4
<b>Змістовий модуль 2. Математичний аналіз функції однієї змінної</b>			
Тема 9. Границі та їх застосування в економіці	4	1	18
Тема 10. Граничний аналіз економічних процесів			12
Тема 11. Дослідження функції			7
Тема 12. Застосування методів диференціального числення в економіці			5
<b>Змістовий модуль 3. Функції багатьох змінних</b>			
Тема 13. Функція багатьох змінних	2	1	2
Тема 14. Екстремум функції багатьох змінних			10
Тема 15. Побудова емпіричних формул			4
Тема 16. Нелінійні оптимізаційні моделі економічних систем			14
<b>Змістовий модуль 4. Інтегральне числення</b>			
Тема 17. Невизначений інтеграл	4	2	7
Тема 18. Інтегрування раціональних дробів			3
Тема 19. Інтегрування тригонометричних та ірраціональних функцій			7
Тема 20. Визначений інтеграл та методи його обчислення			6
Тема 21. Економічні та геометричні застосування визначених інтегралів			8
<b>Змістовий модуль 5. Економічна динаміка та її моделювання. Ряди</b>			
Тема 22. Диференціальні рівняння I-го порядку	2	2	5
Тема 23. Лінійні диференціальні II-го порядку з постійними коефіцієнтами			4
Тема 24. Числові ряди та їх збіжність			8
Тема 25. Степеневі ряди			12
<b>Всього</b>	<b>16</b>	<b>8</b>	<b>186</b>

### 3. Тематика практичних занять з дисципліни «Вища математика»

#### Денна форма I СЕМЕСТР

#### Змістовий модуль 1. Елементи лінійної і векторної алгебри та аналітичної геометрії

##### Практичне заняття 1

##### Тема 1. Елементи теорії визначників

**Мета:** Виробити навички обчислення визначників II, III та вищих порядків з використанням означення та їх властивостей.

**Питання для обговорення:**

1. Визначники II та III порядку, їх обчислення.
2. Розклад визначників III і вищих порядків за елементами його стрічки (стовпчика).

##### Практичне заняття 2

##### Тема 2. Матриці і задачі оптимального планування

**Мета:** Навчити виконувати дії над матрицями (додавання, віднімання, множення на число, множення матриць, знаходження оберненої матриці, знаходження рангу). Розвинути вміння застосовувати матриці при розв'язуванні економічних задач.

**Питання для обговорення:**

1. Дії над матрицями.
2. Обернена матриця та її знаходження.
3. Ранг матриці та його знаходження.
4. Економічні задачі з використанням теорії матриць.

##### Практичне заняття 3

##### Тема 3. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь

**Мета:** Навчити розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь методами Крамера, Гаусса, Жордана-Гаусса, з допомогою оберненої матриці. Ознайомити з матричними моделями економіки: модель Леонтьєва міжгалузевого балансу.

**Питання для обговорення:**

1. Поняття про системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
2. Правило Крамера.
3. Метод Гаусса та Жордана-Гаусса.
4. Матричний спосіб розв'язування систем рівнянь.
5. Матрична модель Леонтьєва міжгалузевого балансу.
6. Задача знаходження витрат сировини, палива та трудових ресурсів.

##### Практичне заняття 4

##### Тема 4. Методи та моделі векторної алгебри

**Мета:** Розширити знання з теорії векторної алгебри. Розвинути вміння застосовувати елементи векторної алгебри в економічних задачах.

**Питання для обговорення:**

1. Вектори. Розклад вектора на компоненти.
2. Дії над векторами, заданими в координатній формі.
3. Скалярний добуток векторів, його властивості. Кут між векторами.
4. Економічні задачі з використанням векторної алгебри.

##### Практичне заняття 5

##### Тема 5. Методи й моделі аналітичної геометрії

**Мета:** Розширити знання з аналітичної геометрії. Розвинути вміння будувати рівняння прямої на площині та в просторі, рівняння площини та здійснювати їх аналіз.

**Питання для обговорення:**

1. Види рівнянь прямої на площині.
2. Площина та пряма лінія в просторі.

## Практичне заняття 6

### Тема 6. Криві другого порядку

**Мета:** Ознайомити з теорією канонічних ліній другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола. Розглянути модель рівноваги доходів і збитків компаній та навчити знаходити точки рівноваги, області прибутків і збитків.

#### Питання для обговорення:

1. Поняття про канонічні лінії другого порядку.
2. Модель рівноваги доходів і збитків компаній. Точки рівноваги, області прибутків і збитків
3. Дослідження форми ліній другого порядку.

## Практичне заняття 7, 8

### Тема 7. Концептуальні аспекти математичного моделювання економічних процесів

**Мета:** Сформувати вміння будувати лінійні оптимізаційні економіко-математичні моделі: модель оптимального розподілу ресурсів, транспортна задача. Навчити застосовувати графічний метод до розв'язування найпростіших задач лінійного математичного програмування.

#### Питання для обговорення:

1. Графічне зображення лінійних обмежень рівнянь і нерівностей.
2. Знаходження області допустимих значень для основної задачі лінійного програмування.
3. Визначення ліній  $\min$  і  $\max$  рівня.
4. Модульна робота

## Практичне заняття 9

### Тема 8. Симплекс-метод розв'язування задач лінійного програмування

**Мета:** Навчити зводити задачі лінійного програмування до канонічної форми, використовуючи перетворення симплекс-таблиць. Розвинути вміння реалізації симплексного методу до розв'язування задач лінійного математичного програмування.

#### Питання для обговорення:

1. Канонічна форма задач лінійного програмування.
2. Алгоритм симплексного методу.
3. Критерій оптимальності опорного плану симплекс-таблиці.

## Змістовий модуль 2. Математичний аналіз функції однієї змінної

### Практичне заняття 10, 11

#### Тема 9. Границі та їх застосування в економіці

**Мета:** Розширити знання про функції та їх застосування в економічній теорії. Розвинути вміння обчислювати границі числових послідовностей та функцій. Розвинути вміння обчислювати першу та другу визначні границі, досліджувати функцію на неперервність. Навчити застосовувати методи теорії границь в економічних дослідженнях: задачі про розрахунки ренти та погашення боргу; обчислення неперервних відсотків; обчислення приростів витрат, доходів та прибутків; павутинна модель ринку.

#### Питання для обговорення:

1. Функції та їх властивості.
2. Числові послідовності та їхні границі.
3. Розкриття найпростіших видів невизначеностей.
4. Перша та друга визначна границі.
5. Неперервність функції в точці. Класифікація точок розриву.
6. Обчислення приросту витрат, доходів і прибутків.
7. Задачі про розрахунки ренти та погашення боргу.
8. Використання показникової функції при обчисленні неперервних процентів.

## Практичне заняття 12

### Тема 10. Граничний аналіз економічних процесів

**Мета:** Розширити знання з диференціального числення. Сформувати поняття економічного, геометричного та механічного змісту похідної. Навчити знаходити маржинальні витрати, прибутки та доходи. Розвинути вміння знаходження похідних елементарних та складених функцій.

#### Питання для обговорення:

1. Похідна функції у точці.
2. Економічний, геометричний та механічний зміст похідної.
3. Маржинальний аналіз: маржинальні вартості, доходи та прибутки.
4. Правила диференціювання.
5. Похідні елементарних функцій. Похідна складної функції.
6. Похідні вищих порядків.

## Практичне заняття 13

### Тема 11. Дослідження функції

**Мета:** Сформувати вміння знаходити проміжки монотонності, опуклості, вгнутості, екстремуми функції. Оволодіти методами повного дослідження функції. Навчити використовувати диференціал для наближеного обчислення значень функцій, знаходження границь за правилом Лопітала та еластичностей функцій попиту та пропозиції відносно ціни.

#### Питання для обговорення:

1. Умови зростання та спадання функції в точці.
2. Необхідні та достатні умови екстремуму.
3. Найбільше та найменше значення функції.
4. Диференціал функції. Правило Лопітала та його застосування.
5. Економічні задачі.

## Практичне заняття 14, 15

### Тема 12. Застосування методів диференціального числення в економіці

**Мета:** Опанувати методами диференціального числення при розв'язуванні оптимізаційних задач: знаходження мінімальних витрат та максимального прибутку, оптимізація податкових надходжень та розподілу ресурсів.

#### Питання для обговорення:

1. Застосування еластичності в економічному аналізі.
2. Застосування похідної при розв'язуванні економічних задач.
3. Оптимізаційні задачі.
4. Ректорська контрольна робота

## II СЕМЕСТР

### Змістовий модуль 3. Функції багатьох змінних

#### Практичне заняття 1

### Тема 13. Функція багатьох змінних

**Мета:** Сформувати поняття функції багатьох змінних. Розглянути їх застосування в економічній теорії: функція Кобба-Дугласа, рівняння Фішера. Навчити знаходити частинні похідні першого та другого порядку функції двох змінних.

#### Питання для обговорення:

1. Область визначення, лінії рівня, границі та неперервність функції в точці.
2. Частинні похідні першого та другого порядку функції двох змінних.
3. Градієнт функції та його економічна інтерпретація.
4. Функція Кобба-Дугласа. Рівняння Фішера.

## Практичне заняття 2

### Тема 14. Екстремум функції багатьох змінних

**Мета:** Навчитися застосовувати частинні похідні в задачах економіки: оптимізація витрат та прибутків, оптимізація розподілу фондів та трудових ресурсів у виробництві. Засвоїти методи знаходження умовного екстремуму функції двох змінних.

#### Питання для обговорення:

1. Необхідні та достатні умови екстремуму функції двох змінних.
2. Застосування частинних похідних в задачах економіки: оптимізація витрат та прибутків виробництва.
3. Умовний екстремум функції багатьох змінних.

## Практичне заняття 3

### Тема 15. Побудова емпіричних формул

**Мета:** Сформувати поняття лінійних та нелінійних емпіричних залежностей. Розглянути знаходження параметрів лінійної залежності методом найменших квадратів.

#### Питання для обговорення:

1. Побудова емпіричної лінійної залежності між двома величинами методом найменших квадратів.
2. Побудова емпіричних формул для нелінійних залежностей: параболічна, гіперболічна, показникові, степенева.

## Практичне заняття 4

### Тема 16. Нелінійні оптимізаційні моделі економічних систем

**Мета:** Сформувати вміння будувати нелінійні оптимізаційні економіко-математичні моделі. Навчити застосовувати графічний та аналітичний методи до розв'язування задач нелінійного математичного програмування.

#### Питання для обговорення:

1. Задачі нелінійного математичного програмування.
2. Знаходження розв'язків задач математичного програмування для лінійної цільової функції і нелінійної системи обмежень.
3. Знаходження розв'язків задач математичного програмування для нелінійної цільової функції і лінійної системи обмежень.
4. Умовний екстремум функції багатьох змінних. Метод Лагранжа для розв'язування нелінійних задач математичного програмування.

## Змістовий модуль 4. Інтегральне числення

### Практичне заняття 5

#### Тема 17. Невизначений інтеграл

**Мета:** Розширити уявлення первісної функції та невизначеного інтеграла. Оволодіти методами обчислення невизначених інтегралів: безпосереднього інтегрування, підстановкою та частинами. Навчити знаходити витрати та прибутки виробництва за їхніми маржинальними значеннями.

#### Питання для обговорення:

1. Первісна функція.
2. Невизначений інтеграл та його властивості.
3. Інтегрування функцій. Метод підстановки (заміна змінної).
4. Інтегрування частинами.
5. Знаходження витрат та прибутків виробництва за їхніми маржинальними значеннями.

## Практичне заняття 6

### Тема 18. Інтегрування раціональних дробів

**Мета:** Розглянути поняття раціонального дроби. Оволодіти методом невизначених коефіцієнтів при розкладі раціонального дроби на прості дроби. Навчитися інтегрувати правильні та неправильні раціональні дроби.

#### Питання для обговорення:

1. Інтегрування найпростіших раціональних дробів.
2. Розклад правильних і неправильних раціональних дробів на прості.
3. Приклади інтегрування раціональних дробів.

### **Практичне заняття 7, 8**

#### **Тема 19. Інтегрування тригонометричних та ірраціональних функцій**

**Мета:** Оволодіти методами інтегрування тригонометричних функцій та найпростіших ірраціональностей. Розглянути універсальну та тригонометричні підстановки.

##### **Питання для обговорення:**

1. Інтегрування тригонометричних функцій.
2. Універсальна підстановка.
3. Інтегрування найпростіших ірраціональностей.
4. Тригонометричні підстановки.
5. Модульна робота.

### **Практичне заняття 9**

#### **Тема 20. Визначений інтеграл та методи його обчислення**

**Мета:** Розглянути задачі, які приводять до поняття визначеного інтеграла: про площу криволінійної трапеції; про об'єм виробництва із змінною продуктивністю праці. Засвоїти методи обчислення визначених інтегралів.

##### **Питання для обговорення:**

1. Визначений інтеграл та його основні властивості.
2. Формула Ньютона-Лейбніца.
3. Методи обчислення визначеного інтеграла.

### **Практичне заняття 10**

#### **Тема 21. Економічні та геометричні застосування визначеного інтеграла**

**Мета:** Розвинути вміння обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл обертання. Навчити застосовувати визначених інтегралів при розв'язуванні економічних задач: дослідження розподілу доходів населення та нерівномірного розподілу прибуткового податку (коефіцієнт Джіні); знаходження швидкості зміни витрат, доходу, прибутку підприємства.

##### **Питання для обговорення:**

1. Обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл обертання.
2. Застосування визначених інтегралів при розв'язуванні економічних задач: в динамічних процесах; у фінансових задачах.
3. Задачі про витрати, дохід, прибуток.
4. Оцінка ступеня нерівномірності розподілу доходів та прибуткового податку населення.
5. Обчислення невластних інтегралів.

### **Змістовий модуль 5. Економічна динаміка та її моделювання. Ряди**

#### **Практичне заняття 11**

#### **Тема 22. Диференціальні рівняння I-го порядку**

**Мета:** Сформувати поняття диференціальних рівнянь. Навчити розв'язувати диференціальні рівняння з відокремлювальними змінними, лінійні та однорідні диференціальні рівняння першого порядку. Розглянути задачі, які приводять до диференціальних рівнянь першого порядку.

##### **Питання для обговорення:**

1. Диференціальні рівняння з відокремлювальними змінними. Задача Коші.
2. Лінійні диференціальні рівняння.
3. Однорідні диференціальні рівняння
4. Економічні задачі: задача про нагромадження капіталу; задача про рух фондів; задача про рекламу.

## Практичне заняття 12.

### Тема 23. Лінійні диференціальні II-го порядку з постійними коефіцієнтами

**Мета:** Сформувати поняття диференціальних рівнянь другого порядку. Навчити розв'язувати лінійні однорідні та неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку. Розглянути задачу Коші; динамічну модель Кейнса.

#### Питання для обговорення:

1. Розв'язування лінійних однорідних диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами.
2. Розв'язування лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь II-го порядку з постійними коефіцієнтами.
3. Задача Коші.
4. Динамічна модель Кейнса.

## Практичне заняття 13

### Тема 24. Числові ряди та їх збіжність

**Мета:** Сформувати поняття про додатні та знакозмінні числові ряди. Засвоїти ознаки їх збіжності.

#### Питання для обговорення:

1. Необхідна умова збіжності числового ряду.
2. Достатні ознаки збіжності числових рядів.
3. Ряд геометричної прогресії.
4. Знакозмінні ряди.
5. Абсолютна та умовна збіжність.

## Практичне заняття 14, 15

### Тема 25. Степеневі ряди

**Мета:** Сформувати поняття про степеневі ряди. Навчити знаходити область збіжності степеневих рядів. Розглянути застосування розкладів функцій в ряди Маклорена при наближених обчисленнях значень функцій, границь та визначених інтегралів.

#### Питання для обговорення:

1. Радіус та область збіжності степеневих рядів.
2. Розклади функцій в ряди Маклорена і Тейлора.
3. Наближене обчислення значень функцій та визначених інтегралів.
4. Приклади застосування степеневих рядів.
5. Ректорська контрольна робота.

## Заочна форма

### Змістовий модуль 1. Елементи лінійної і векторної алгебри та аналітичної геометрії

#### Практичне заняття 1

##### Тема 1. Елементи теорії визначників

**Мета:** Виробити навички обчислення визначників II, III та вищих порядків з використанням означення та їх властивостей.

#### Питання для обговорення:

1. Визначники II та III порядку, їх обчислення.
2. Розклад визначників III і вищих порядків за елементами його стрічки (стовпчика).

##### Тема 2. Матриці і задачі оптимального планування

**Мета:** Навчити виконувати дії над матрицями (додавання, віднімання, множення на число, множення матриць, знаходження оберненої матриці, знаходження рангу). Розвинути вміння застосовувати матриці при розв'язуванні економічних задач.

#### Питання для обговорення:

1. Дії над матрицями.
2. Обернена матриця та її знаходження.
3. Ранг матриці та його знаходження.



4. Економічні задачі з використанням теорії матриць.

### **Тема 3. Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь**

**Мета:** Навчити розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь методами Крамера, Гаусса, Жордана-Гаусса, з допомогою оберненої матриці. Ознайомити з матричними моделями економіки: модель Леонт'єва міжгалузевого балансу.

#### **Питання для обговорення:**

1. Поняття про системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
2. Правило Крамера.
3. Метод Гаусса та Жордана-Гаусса.
4. Матричний спосіб розв'язування систем рівнянь.
5. Матрична модель Леонт'єва міжгалузевого балансу.
6. Задача знаходження витрат сировини, палива та трудових ресурсів.

### **Тема 4. Методи та моделі векторної алгебри**

**Мета:** Розширити знання з теорії векторної алгебри. Розвинути вміння застосовувати елементи векторної алгебри в економічних задачах.

#### **Питання для обговорення:**

1. Вектори. Розклад вектора на компоненти.
2. Дії над векторами, заданими в координатній формі.
3. Скалярний добуток векторів, його властивості. Кут між векторами.
4. Економічні задачі з використанням векторної алгебри.

### **Тема 5. Методи й моделі аналітичної геометрії**

**Мета:** Розширити знання з аналітичної геометрії. Розвинути вміння будувати рівняння прямої на площині та в просторі, рівняння площини та здійснювати їх аналіз.

#### **Питання для обговорення:**

1. Види рівнянь прямої на площині.
2. Площина та пряма лінія в просторі.

### **Тема 6. Криві другого порядку**

**Мета:** Ознайомити з теорією канонічних ліній другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола. Розглянути модель рівноваги доходів і збитків компаній та навчити знаходити точки рівноваги, області прибутків і збитків.

#### **Питання для обговорення:**

1. Поняття про канонічні лінії другого порядку.
2. Модель рівноваги доходів і збитків компаній. Точки рівноваги, області прибутків і збитків
3. Дослідження форми ліній другого порядку.

### **Тема 7. Концептуальні аспекти математичного моделювання економічних процесів**

**Мета:** Сформулювати вміння будувати лінійні оптимізаційні економіко-математичні моделі: модель оптимального розподілу ресурсів, транспортна задача. Навчити застосовувати графічний метод до розв'язування найпростіших задач лінійного математичного програмування.

#### **Питання для обговорення:**

1. Графічне зображення лінійних обмежень рівнянь і нерівностей.
2. Знаходження області допустимих значень для основної задачі лінійного програмування.
3. Визначення ліній  $\min$  і  $\max$  рівня.

### **Тема 8. Симплекс-метод розв'язування задач лінійного програмування**

**Мета:** Навчити зводити задачі лінійного програмування до канонічної форми, використовуючи перетворення симплекс-таблиць. Розвинути вміння реалізації симплексного методу до розв'язування задач лінійного математичного програмування.

**Питання для обговорення:**

1. Канонічна форма задач лінійного програмування.
2. Алгоритм симплексного методу.
3. Критерій оптимальності опорного плану симплекс-таблиці.

**Змістовий модуль 2. Математичний аналіз функції однієї змінної****Змістовий модуль 3. Функції багатьох змінних****Практичне заняття 2****Тема 9. Границі та їх застосування в економіці**

**Мета:** Розширити знання про функції та їх застосування в економічній теорії. Розвинути вміння обчислювати границі числових послідовностей та функцій. Розвинути вміння обчислювати першу та другу визначні границі, досліджувати функцію на неперервність. Навчити застосовувати методи теорії границь в економічних дослідженнях: задачі про розрахунки ренти та погашення боргу; обчислення неперервних відсотків; обчислення приростів витрат, доходів та прибутків; павутинна модель ринку.

**Питання для обговорення:**

1. Функції та їх властивості.
2. Числові послідовності та їхні границі.
3. Розкриття найпростіших видів невизначеностей.
4. Перша та друга визначна границі.
5. Неперервність функції в точці. Класифікація точок розриву.
6. Обчислення приросту витрат, доходів і прибутків.
7. Задачі про розрахунки ренти та погашення боргу.
8. Використання показникової функції при обчисленні неперервних процентів.

**Тема 10. Граничний аналіз економічних процесів**

**Мета:** Розширити знання з диференціального числення. Сформувати поняття економічного, геометричного та механічного змісту похідної. Навчити знаходити маржинальні витрати, прибутки та доходи. Розвинути вміння знаходження похідних елементарних та складених функцій.

**Питання для обговорення:**

1. Похідна функції у точці.
2. Економічний, геометричний та механічний зміст похідної.
3. Маржинальний аналіз: маржинальні вартості, доходи та прибутки.
4. Правила диференціювання.
5. Похідні елементарних функцій. Похідна складної функції.
6. Похідні вищих порядків.

**Тема 11. Дослідження функції**

**Мета:** Сформувати вміння знаходити проміжки монотонності, опуклості, вгнутості, екстремуми функції. Оволодіти методами повного дослідження функції. Навчити використовувати диференціал для наближеного обчислення значень функцій, знаходження границь за правилом Лопіталя та еластичностей функцій попиту та пропозиції відносно ціни.

**Питання для обговорення:**

1. Умови зростання та спадання функції в точці.
2. Необхідні та достатні умови екстремуму.
3. Найбільше та найменше значення функції.
4. Диференціал функції. Правило Лопіталя та його застосування.
5. Економічні задачі.

**Тема 12. Застосування методів диференціального числення в економіці**

**Мета:** Опанувати методами диференціального числення при ров'язуванні оптимізаційних задач: знаходження мінімальних витрат та максимального прибутку, оптимізація податкових надходжень та розподілу ресурсів.

**Питання для обговорення:**

1. Застосування еластичності в економічному аналізі.
2. Застосування похідної при розв'язуванні економічних задач.
3. Оптимізаційні задачі.

**Тема 13. Функція багатьох змінних**

**Мета:** Сформувати поняття функцій багатьох змінних. Розглянути їх застосування в економічній теорії: функція Кобба-Дугласа, рівняння Фішера. Навчити знаходити частинні похідні першого та другого порядку функції двох змінних.

**Питання для обговорення:**

1. Область визначення, лінії рівня, границі та неперервність функції в точці.
2. Частинні похідні першого та другого порядку функції двох змінних.
3. Градієнт функції та його економічна інтерпретація.
4. Функція Кобба-Дугласа. Рівняння Фішера.

**Тема 14. Екстремум функції багатьох змінних**

**Мета:** Навчитися застосовувати частинні похідні в задачах економіки: оптимізація витрат та прибутків, оптимізація розподілу фондів та трудових ресурсів у виробництві. Засвоїти методи знаходження умовного екстремуму функції двох змінних.

**Питання для обговорення:**

1. Необхідні та достатні умови екстремуму функції двох змінних.
2. Застосування частинних похідних в задачах економіки: оптимізація витрат та прибутків виробництва.
3. Умовний екстремум функції багатьох змінних.

**Тема 15. Побудова емпіричних формул**

**Мета:** Сформувати поняття лінійних та нелінійних емпіричних залежностей. Розглянути знаходження параметрів лінійної залежності методом найменших квадратів.

**Питання для обговорення:**

1. Побудова емпіричної лінійної залежності між двома величинами методом найменших квадратів.
2. Побудова емпіричних формул для нелінійних залежностей: параболічна, гіперболічна, показникові, степенева.

**Тема 16. Нелінійні оптимізаційні моделі економічних систем**

**Мета:** Сформувати вміння будувати нелінійні оптимізаційні економіко-математичні моделі. Навчити застосовувати графічний та аналітичний методи до розв'язування задач нелінійного математичного програмування.

**Питання для обговорення:**

1. Задачі нелінійного математичного програмування.
2. Знаходження розв'язків задач математичного програмування для лінійної цільової функції і нелінійної системи обмежень.
3. Знаходження розв'язків задач математичного програмування для нелінійної цільової функції і лінійної системи обмежень.
4. Умовний екстремум функції багатьох змінних. Метод Лагранжа для розв'язування нелінійних задач математичного програмування.

**Змістовий модуль 4. Інтегральне числення****Практичне заняття 3****Тема 17. Невизначений інтеграл**

**Мета:** Розширити уявлення первісної функції та невизначеного інтеграла. Оволодіти методами обчислення невизначених інтегралів: безпосереднього інтегрування, підстановкою та частинами. Навчити знаходити витрати та прибутки виробництва за їхніми маржинальними значеннями.

**Питання для обговорення:**

1. Первісна функція.
2. Невизначений інтеграл та його властивості.
3. Інтегрування функцій. Метод підстановки (заміна змінної).
4. Інтегрування частинами.
5. Знаходження витрат та прибутків виробництва за їхніми маржинальними значеннями.

**Тема 18. Інтегрування раціональних дробів**

**Мета:** Розглянути поняття раціонального дробу. Оволодіти методом невизначених коефіцієнтів при розкладі раціонального дробу на прості дроби. Навчитися інтегрувати правильні та неправильні раціональні дроби.

**Питання для обговорення:**

1. Інтегрування найпростіших раціональних дробів.
2. Розклад правильних і неправильних раціональних дробів на прості.
3. Приклади інтегрування раціональних дробів.

**Тема 19. Інтегрування тригонометричних та ірраціональних функцій**

**Мета:** Оволодіти методами інтегрування тригонометричних функцій та найпростіших ірраціональностей. Розглянути універсальну та тригонометричні підстановки.

**Питання для обговорення:**

1. Інтегрування тригонометричних функцій.
2. Універсальна підстановка.
3. Інтегрування найпростіших ірраціональностей.
4. Тригонометричні підстановки.

**Тема 20. Визначений інтеграл та методи його обчислення**

**Мета:** Розглянути задачі, які приводять до поняття визначеного інтеграла: про площу криволінійної трапеції; про об'єм виробництва із змінною продуктивністю праці. Засвоїти методи обчислення визначених інтегралів.

**Питання для обговорення:**

1. Визначений інтеграл та його основні властивості.
2. Формула Ньютона-Лейбніца.
3. Методи обчислення визначеного інтеграла.

**Тема 21. Економічні та геометричні застосування визначеного інтеграла**

**Мета:** Розвинути вміння обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл обертання. Навчити застосовувати визначених інтегралів при розв'язуванні економічних задач: дослідження розподілу доходів населення та нерівномірного розподілу прибуткового податку (коефіцієнт Джіні); знаходження швидкості зміни витрат, доходу, прибутку підприємства.

**Питання для обговорення:**

1. Обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл обертання.
2. Застосування визначених інтегралів при розв'язуванні економічних задач: в динамічних процесах; у фінансових задачах.
3. Задачі про витрати, дохід, прибуток.
4. Оцінка ступеня нерівномірності розподілу доходів та прибуткового податку населення.
5. Обчислення невластних інтегралів.

**Змістовий модуль 5. Економічна динаміка та її моделювання. Ряди****Практичне заняття 4****Тема 22. Диференціальні рівняння I-го порядку**

**Мета:** Сформувати поняття диференціальних рівнянь. Навчити розв'язувати диференціальні рівняння з відокремлювальними змінними, лінійні та однорідні диференціальні рівняння першого порядку. Розглянути задачі, які приводять до диференціальних рівнянь першого порядку.

**Питання для обговорення:**

1. Диференціальні рівняння з відокремлювальними змінними. Задача Коші.
2. Лінійні диференціальні рівняння.
3. Однорідні диференціальні рівняння
4. Економічні задачі: задача про нагромадження капіталу; задача про рух фондів; задача про рекламу.

**Тема 23. Лінійні диференціальні II-го порядку з постійними коефіцієнтами**

**Мета:** Сформувати поняття диференціальних рівнянь другого порядку. Навчити розв'язувати лінійні однорідні та неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку. Розглянути задачу Коші; динамічну модель Кейнса.

**Питання для обговорення:**

1. Розв'язування лінійних однорідних диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами.
2. Розв'язування лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь II-го порядку з постійними коефіцієнтами.
3. Задача Коші.
4. Динамічна модель Кейнса.

**Тема 24. Числові ряди та їх збіжність**

**Мета:** Сформувати поняття про додатні та знакозмінні числові ряди. Засвоїти ознаки їх збіжності.

**Питання для обговорення:**

1. Необхідна умова збіжності числового ряду.
2. Достатні ознаки збіжності числових рядів.
3. Ряд геометричної прогресії.
4. Знакозмінні ряди.
5. Абсолютна та умовна збіжність.

**Тема 25. Степеневі ряди**

**Мета:** Сформувати поняття про степеневі ряди. Навчити знаходити область збіжності степеневих рядів. Розглянути застосування розкладів функцій в ряди Маклорена при наближених обчисленнях значень функцій, границь та визначених інтегралів.

**Питання для обговорення:**

1. Радіус та область збіжності степеневих рядів.
2. Розклади функцій в ряди Маклорена і Тейлора.
3. Наближене обчислення значень функцій та визначених інтегралів.
4. Приклади застосування степеневих рядів.

## 6. Комплексне практичне індивідуальне завдання

Варіанти КПЗ з дисципліни «Вища математика» виконуються кожним студентом згідно розподілених варіантів завдань. Завдання студенти вибирають із методичних рекомендацій [6].

Метою виконання КПЗ є оволодіння методами вищої математики та їх застосування для розв'язування конкретних математичних задач. При виконанні та оформленні КПЗ студент використовує підручник з вищої математики, відповідні методичні вказівки та комп'ютерну техніку.

## 7. Тренінг з дисципліни

Мета тренінгу з дисципліни «Вища математика» – формування у студентів практичних навичок та вмій застосовувати математичні методи для розв'язування задач.

Проведення тренінгу дозволяє: забезпечити практичне засвоєння теоретичних знань, отриманих у процесі вивчення дисципліни «Вища математика»; виробити у студентів навички вибору математичних методів для проведення економіко-математичного аналізу.

Тематика: Застосування математичного апарату для розв'язування прикладних задач.

1. Економічні задачі на використання лінійної алгебри:

- а) задача міжгалузевого балансу;
- б) задача знаходження витрат сировини, палива та трудових ресурсів.

2. Елементи фінансової математики та математичної економіки:

- а) обчислення простих і складних відсотків;
- б) задачі на розрахунок ренти і погашення боргу;
- в) задачі на обчислення неперервних відсотків;
- г) дисконтування по простих і складних відсоткових ставках.

3. Задачі економіки з використанням похідних:

- а) еластичність попиту відносно ціни і прибутку;
- б) еластичність пропозиції;
- в) еластичність повних і середніх затрат.

4. Застосування функцій багатьох змінних в економіці:

- а) застосування частинних похідних в задачах економіки: оптимізація витрат та прибутків виробництва;
- б) Функції Кобба-Дугласа. Рівняння Фішера;
- в) еластичність функції багатьох змінних.

5. Застосування визначеного інтеграла при розв'язуванні економічних задач:

- а) максимізація прибутку за часом;
- б) задачі про витрати, дохід прибуток;
- в) обчислення коефіцієнта Джіні при знаходженні нерівномірності розподілу доходів та прибуткового податку населення.

6. Застосування диференціальних рівнянь при розв'язуванні економічних задач:

- а) задача на витрати виробництва;
- б) задача на знаходження кількості населення;
- в) задача на знаходження величини банківського вкладу;
- г) задача на зростання інвестицій;
- д) задачі на знаходження еластичності попиту.

## 8. Самостійна робота студентів

З метою засвоєння дисципліни «Вища математика» студенти повинні володіти значним обсягом інформації, частину якої вони отримують і опрацьовують шляхом самостійної роботи.

№ п/п	Тематика
1	Визначники $n$ -го порядку та їх обчислення
2	Методи знаходження оберненої матриці
3	Ранг матриці та його знаходження

4	Системи лінійних алгебраїчних рівнянь та їх розв'язки
5	Дослідження системи лінійних алгебраїчних рівнянь на сумісність
6	Побудова матричних економіко-математичних моделей
7	Вектори та дії над векторами. Проекція вектора на числову вісь та її властивості. Скалярний добуток векторів. Кут між векторами
8	Пряма лінія на площині. Різні види рівнянь прямої. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих
9	Загальне рівняння прямої та його дослідження. Віддаль точки до прямої
10	Кут між двома площинами. Умови паралельності і перпендикулярності площин
11	Різні види рівнянь прямої в просторі. Кут між двома прямими в просторі
12	Канонічні рівняння еліпса, гіперболи, параболи. Застосування кривих другого порядку в економічних дослідженнях
13	Загальна постановка задачі математичного програмування та їх класифікація. Загальна задача лінійного програмування
14	Перша та друга стандартні форми задачі ЛП. (Основна задача лінійного програмування з обмеженнями-рівностями та з обмеженнями-нерівностями)
15	Випуклі множини (означення, приклади), розв'язок нерівності на координатній площині. Багатокутник розв'язків системи обмежень-нерівностей та його побудова.
16	Знаходження оптимальних вершин багатокутника розв'язків. Обчислення екстремального значення цільової форми
17	Задача про використання ресурсів (випуск продукції), складання раціону, завантаження обладнання, раціонального розкрою матеріалів
18	Транспортна задача лінійного програмування. Критерій оптимальності опорного плану T-задачі. Відкрита і закрита T-задача, Зведення відкритої T-задачі до закритої
19	Поняття циклу, циклу перерахунку, означеного циклу. Алгоритм методу потенціалів
20	Канонічна форма задачі ЛП. Критерій оптимальності опорного плану за симплекс-таблицею для задач max і min. Симплекс-метод розв'язування ЗЛП
21	Числова послідовність. Границя числової послідовності
22	Обчислення простих та складних відсотків. Використання показникової функції при обчисленні неперервних відсотків
23	Задачі про розрахунки ренти та погашення боргу
24	Основні теореми про границі числових послідовностей
25	Основні теореми про границі функції в точці
26	Дві визначні (чудові) границі
27	Неперервність функції в точці. Класифікація точок розриву
28	Геометричний, механічний та економічний зміст похідної
29	Правила диференціювання. Похідна суми, добутку та частки функцій
30	Похідна від складної функції. Похідні вищих порядків
31	Диференціал функції та його застосування
32	Теорема Ролля і Лагранжа
33	Зростання та спадання функції на проміжку
34	Екстремум функцій. Необхідна та достатні умови екстремуму
35	Опуклість і вгнутість графіка функції. Точки перегину. Повне дослідження функції та побудова її графіка
36	Правило Лопітала
37	Еластичність попиту та пропозиції відносно ціни
38	Визначення функції багатьох змінних. Функція двох змінних та її графічне зображення. Функція Кобба-Дугласа
39	Частинні похідні першого порядку. Економічний зміст частинних похідних. Градієнт функції
40	Похідні вищих порядків функції багатьох змінних
41	Екстремум функції двох змінних. Необхідні та достатні умови екстремуму

42	Емпіричні формули. Побудова формули лінійної залежності методом найменших квадратів. Параболічна та гіперболічна залежність
43	Загальна постановка задачі нелінійного програмування (ЗНЛП)
44	Необхідні умови екстремуму задачі НЛП без обмежень
45	Достатні умови екстремуму задачі НЛП без обмежень
46	Дослідження задачі НЛП на умовний екстремум
47	Первісна функція. Невизначений інтеграл та його властивості.
48	Методи інтегрування в невизначеному інтегралі
49	Інтегрування раціональних дробів
50	Інтегрування тригонометричних функцій виду $\int \sin \alpha x \cos \beta x dx$ , $\int \sin \alpha x \sin \beta x dx$ , $\int \cos \alpha x \cos \beta x dx$ , $\int \cos^n x \sin^m x dx$ . Універсальна тригонометрична підстановка
51	Інтегрування деяких ірраціональних функцій. Тригонометричні підстановки
52	Визначений інтеграл та його властивості. Геометричний та економічний зміст визначеного інтеграла. Теорема Ньютона-Лейбніца
53	Методи обчислення визначеного інтеграла. Невласні інтеграли
54	Застосування визначеного інтеграла в економічних задачах
55	Лінійні однорідні диференціальні рівняння першого порядку. Задача Коші.
56	Лінійні однорідні та неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку з сталими коефіцієнтами
57	Числовий ряд та його збіжність. Необхідна умова збіжності числового ряду. Достатні умови збіжності знакопостійних рядів
58	Знакозмінні ряди. Ознака Лейбніца збіжності знакоперемінного ряду. Абсолютна і умовна збіжність знакозмінного ряду
59	Степеневий ряд та його збіжність. Радіус збіжності степеневого ряду
60	Розклад функції в ряд Тейлора і Маклорена
61	Застосування степеневих рядів для наближених обчислень

## 9. Методи навчання

У навчальному процесі застосовуються: лекції, практичні та індивідуальні заняття, консультації, самостійна робота, метод опитування, тестування, виконання КПЗ.

## 10. Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

У процесі вивчення дисципліни «Вища математика» використовуються наступні засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання:

- поточне опитування та тестування;
- оцінювання результатів модульної контрольної роботи;
- оцінювання результатів ректорської контрольної роботи;
- оцінювання результатів КПЗ;
- залік, екзамен.

## 11. Політика оцінювання

*Політика щодо дедлайнів і перескладання.* Для виконання індивідуальних завдань і проведення контрольних заходів встановлюються конкретні терміни. Перескладання модулів відбувається з дозволу дирекції факультету за наявності поважних причин (наприклад, лікарняний).

*Політика щодо академічної доброчесності.* Використання друкованих і електронних джерел інформації під час контрольних заходів та екзаменів заборонено.

*Політика щодо відвідування.* Відвідування занять є обов'язковим компонентом оцінювання. За об'єктивних причин (наприклад, карантин, воєнний стан, хвороба, закордонне стажування) навчання може відбуватись в он-лайн формі за погодженням із керівником курсу з дозволу дирекції факультету.



## 12. Критерії, форми поточного та підсумкового контролю

Підсумковий бал (за 100-бальною шкалою) з дисципліни «Вища математика» визначається як середньозважена величина, залежно від питомої ваги кожної складової залікового кредиту:

### Для заліку

Заліковий модуль 1	Заліковий модуль 2	Заліковий модуль 3	Разом (%)
30%	40%	30%	100
Опитування під час занять (7 тем) 5 балів за тему – макс. 35 балів Модульна контрольна робота – макс. 65 балів	Опитування під час занять (5 тем) 6 балів за тему – макс. 30 балів Модульна контрольна робота – макс. 70 балів	Підготовка КППЗ – макс. 40 балів Захист КППЗ – макс. 40 балів Виконання завдань під час тренінгу – макс. 20 балів	100

### Для екзамену

Заліковий модуль 1	Заліковий модуль 2	Заліковий модуль 3	Заліковий модуль 4 (екзамен)	Разом (%)
20%	20%	20%	40%	100
Опитування під час занять (7 тем) 5 балів за тему – макс. 35 балів Модульна контрольна робота – макс. 65 балів	Опитування під час занять (6 тем) 5 балів за тему – макс. 30 балів Модульна контрольна робота – макс. 70 балів	Підготовка КППЗ – макс. 40 балів Захист КППЗ – макс. 40 балів Участь у тренінгах – макс. 20 балів	Тестові завдання (10 тестів по 1 балу за тест) – макс. 10 балів Теоретичне питання – макс. 10 балів Задачі (4 задачі) – по 20 балів, макс. 80 балів	100

### Шкала оцінювання:

За шкалою ЗУНУ	За національною шкалою	За шкалою ECTS
90–100	відмінно	A (відмінно)
85–89	добре	B (дуже добре)
75–84		C (добре)
65–74	задовільно	D (задовільно)
60–64		E (достатньо)
35–59	незадовільно	FX (незадовільно з можливістю повторного складання)
1–34		F (незадовільно з обов'язковим повторним курсом)

## 13. Інструменти, обладнання та програмне забезпечення, використання яких передбачає навчальна дисципліна

№	Найменування	Номер теми
1.	Комунікаційне програмне забезпечення (Zoom) для проведення занять у режимі онлайн (за необхідності)	1–15, сем. 1, 2
2.	Комунікаційна навчальна платформа (Moodle) для організації дистанційного навчання (за необхідності)	1–15, сем. 1, 2
3.	Система динамічної математики Geogebra	12, сем.1; 1, 2, 9, сем.2
4.	Інструменти Microsoft Office (Excel)	3, сем 2

## РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

1. Барковський В.В., Барковська В.В. Вища математика для економістів: навч. посіб. Київ: ЦУЛ, 2019. 456 с.
2. Зайцев Є.П. Вища математика: інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння, ряди: навч. посіб. Київ: Алерта, 2018. 608 с.
3. Желізняк Г., Литвин І., Конончук О. Вища математика. В-во: Центр навчальної літератури, 2019. 368 с.
4. Клепко В., Голець В. Вища математика в прикладах і задачах. В-во: Центр навчальної літератури, 2019. 594 с.
5. Козак Ю., Мацкул В. Математичне моделювання для економістів. В-во: Центр навчальної літератури, 2019. 254 с.
6. Комплексні практичні індивідуальні завдання з вищої математики / А.М. Алілуйко та ін., Тернопіль: ЗУНУ, 2021. 102 с.
7. Лиман Ф., Власенко В., Петренко С. Вища математика: навч. посіб. у 2-х частинах. Київ: Університетська книга, 2018. 614 с.
8. Лиходєєва Г., Пастирєва К. Диференціальні рівняння: працюємо самостійно: навч. посіб. Ч.І. Київ: ЦУЛ, 2018. 144 с.
9. Методичні вказівки для проведення тренінгів з вищої математики / А.М. Алілуйко та ін., Тернопіль: ЗУНУ, 2021. 104 с.
10. Мохонько А., Чижиков І. Аналітичні функції-розв'язки диференціальних рівнянь. В-во: Львівська політехніка, 2021. 524 с.
11. Приймак В.І. Математичні методи економічного аналізу. В-во: Центр навчальної літератури, 2017. 296 с.
12. Прикладна математика. Частина І: навч. посіб. / Р.В. Руська та ін. Тернопіль, 2020. 98 с.
13. Турчанинова Л. І., Доля О.В. Вища математика в прикладах і задачах: навч. посіб. Київ: Ліра-К, 2018. 348 с.
14. Differential and Integral Calculus for One Variable Functions: Textbook / L.V. Kurpa, T.V. Shmatko. Kharkiv: NTU KhPI: 2017. 322 pages.
15. Leydold J. Mathematics 1 for Economics: Linear Spaces and Metric Concepts. Institute for Statistics and Mathematics: WU Wien, 2022. 109 p. URL: [https://statmath.wu.ac.at/courses/mvw\\_math1/download/Mathematics\\_1\\_oneside.pdf](https://statmath.wu.ac.at/courses/mvw_math1/download/Mathematics_1_oneside.pdf)
16. Leydold J. Mathematics 2 for Economics: Analysis and Dynamic. Optimization. Institute for Statistics and Mathematics: WU Wien, 2022. 174 p. URL: [https://statmath.wu.ac.at/courses/mvw\\_math2/download/Mathematics\\_2\\_oneside.pdf](https://statmath.wu.ac.at/courses/mvw_math2/download/Mathematics_2_oneside.pdf)